

Дисперсионный анализ

Вопросы для подготовки к занятию:

1. Сущность дисперсионного анализа. Градации факторов и их анализ.
2. Простейшая схема варьирования при различии по одному фактору.
3. Рабочие формулы для вычисления дисперсий.
4. Вычисление F-критерия Фишера для определения влияния изучаемого фактора в общей изменчивости признака.
5. Количественная оценка влияния отдельных факторов.

1. Сущность дисперсионного анализа. Градации факторов и их анализ

Сущность его заключается в установлении роли отдельных факторов в изменчивости того или иного признака. Дело в том, что влияние тех или иных факторов на изучаемый признак не может быть выделено в чистом виде, различные опыты дают несколько неодинаковые результаты. Объясняется это тем, что на них влияют многочисленные случайные обстоятельства, многие другие факторы, несколько меняющиеся от опыта к опыту и не поддающиеся контролю. Вот почему возникает важная задача разложения общей изменчивости признака на составные части, с одной стороны, определяемые изучаемым конкретным фактором, а с другой – вызываемые случайными неконтролируемыми причинами.

Дисперсионный анализ позволяет оценивать значимость влияния отдельных факторов, а так же их относительную роль в общей изменчивости признака.

Представим, что мы анализируем отклонение переменной X_i от средней арифметической популяции (μ), причём предполагается, что отклонение в некоторой степени связано с действием на данную переменную какого-то определённого фактора (географ. условия, принадлежность к породе).

Тогда: $X_i - \mu = A + e$, где

μ - среднее значение генеральной совокупности;

X_i - конкретное значение переменной (варианта);

A- доля отклонения переменной, связанная с влиянием данного конкретного фактора;

e- остаточная часть отклонения, необъясняемая влиянием данного фактора.

Это смесь всех неконтролируемых и неопределённых факторов, или результат всех случайных отклонений.

В фактическом отклонении варианты от средней генеральной совокупности фигурируют два компонента:

- та часть отклонения, которая зависит именно от данного фактора –**A**;
- остаточная часть, независящая от данного фактора –**e**.

В таком случае можно сравнивать **A** и **e**.

При достоверном влиянии изучаемого фактора значение **A** будет превышать значение **e**.

По степени превышения **A** над **e** можно судить о том, насколько достоверно влияние данного фактора.

2. Простейшая схема варьирования при различии по одному фактору

Разберём простейшую схему, когда анализируется влияние одного фактора, могущего принимать разные градации, или количественные уровни:

1,2,3... i ...a.

Отдельные наблюдения (варианты) разбиваются на группы согласно этим градациям фактора. Количество наблюдений в одном уровне: **1,2,3 ...j ...n**. Общее количество наблюдений равно **N=a·n**.

Распределение вариант при различии по одному фактору представлено в таблице: n-число наблюдений в каждой группе;

a-количество групп (уровней фактора A);

N-количество всех вариант ($N= n \cdot a$);

i-разные уровни;

j-разные наблюдения.

A	Отдельные варианты (наблюдения)						$\sum X_i = T_i$	T_i^2
	1	2	...	j	...	N		
1	X 1 1	X 1 2		X _{1j}		X _{1n}	$\sum X_1 = T_1$	T_1^2
2	X 2 1	X 2 2		X _{2j}		X _{2n}	$\sum X_2 = T_2$	T_2^2
:								
i	X i 1	X i 2		X _{ij}		X _{in}	$\sum X_i = T_i$	T_i^2
:								
a	X a 1	X a 2		X _{aj}		X _{an}	$\sum X_a = T_a$	T_a^2
							$\sum T_i = T$	$\sum T_i^2 =$
							$T^2 =$	

Найдём сумму квадратов, составив дополнительную таблицу ($\sum X_{ij}^2$).

X_{11}^2	X_{12}^2	...	X_{1j}^2	...	X_{1n}^2
X_{21}^2	X_{22}^2	...	X_{2j}^2	...	X_{2n}^2
...	
X_{i1}^2	X_{i2}^2	...	X_{ij}^2	...	X_{in}^2
...	
X_{a1}^2	X_{a2}^2	...	X_{aj}^2	...	X_{an}^2

Степени свободы:

1. Для общей дисперсии $k_0 = N - 1$, где $N = a \cdot n$
2. Для факториальной дисперсии $K_A = a - 1$
3. Для остаточной дисперсии $K_e = N - a$

3. Рабочие формулы для вычисления дисперсий

Общая дисперсия $\sigma_0^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum X_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} \right)$

Факториальная дисперсия $\sigma_A^2 = \frac{1}{a-1} \left(\frac{\sum T_i^2}{n} - \frac{T^2}{N} \right)$

Остаточная дисперсия $\sigma_e^2 = \frac{1}{N-a} \left(\sum X_{ij}^2 - \frac{\sum T_i^2}{n} \right)$

4. Вычисление F-критерия Фишера для определения влияния изучаемого фактора в общей изменчивости признака

Нулевая гипотеза

При дисперсионном анализе следует исходить из первоначально принимаемой нулевой гипотезы, что данный фактор А не влияет на изменчивость данного признака.

Если правильна нулевая гипотеза, то σ_A^2 должна быть равна нулю, т.е. вся вариация сводится только к случайной. Для того, чтобы отбросить нулевую гипотезу, нужно доказать, что σ_A^2 – достоверно (т. е. с вероятностью, не меньше, чем 0.95, или с $\alpha=0.05$) отличается от нуля. Достоверность значения σ_A^2 может быть установлена путём деления на ошибку, т. е. на σ_e^2 :

$$F = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_e^2}$$

5. Количественная оценка влияния отдельных факторов

Наряду с доказательством влияния того или иного фактора на результативный признак, часто возникает необходимость установления меры этого влияния и его доли в сумме влияния всех факторов. Доля влияния фактора А равна:

$$P_A = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_e^2}{\sigma_A^2 + \sigma_e^2(n-1)}$$

Задача:

Получены следующие данные о содержании каратиноидов (в мг/кв.дм) в листьях канатика в разное время суток. Влияет ли время суток на содержание каратиноидов?

Часы суток	1	2	3	4
15	1,41	0,95	1,00	0,93
18	1,17	1,10	0,84	1,01
21	1,38	1,38	0,91	1,36
24	0,62	0,48	0,43	0,62
6	0,74	0,41	0,41	0,43
9	0,76	0,59	0,74	0,46
12	0,64	1,02	1,04	0,98

Решение:

Данные заносят в таблицу и делают расчёты.

А	Отдельные наблюдения. n				$T_i = \sum X_i$	T_i^2
	1	2	3	4		
1	1,41	0,95	1,00	0,93	4,29	18,4041
2	1,17	1,10	0,84	1,01	4,12	16,9744
3	1,38	1,38	0,91	1,36	5,03	25,3009
4	0,62	0,48	0,43	0,62	2,15	4,6225
5	0,74	0,41	0,41	0,43	1,96	3,9601
6	0,76	0,59	0,74	0,46	2,55	6,5025
7	0,64	1,02	1,04	0,98	3,68	13,5421
					T=23,81	$\sum T_i^2=89,3$
					$T^2=566,9$	

Схема решения задачи на дисперсионный анализ:

1. Суммируют данные задачи по каждому уровню фактора А (T_i).
2. Находят общую сумму ($\sum T_i$) по всем уровням и получают значение (Т).
3. Возводят в квадрат общую сумму ($\sum T_i$) и получают значение T^2
4. Возводят полученные суммы (T_i) в квадрат и получают значения (T_i^2) по каждому уровню.
5. Находят общую сумму ($\sum T_i^2$)
6. Находят сумму квадратов данных задачи, составив дополнительную таблицу.

			$\sum X_{ij}^2 =$	22,9363
1,9881	0,9025	1,00	0,8649	4,7555
1,3689	1,21	0,7056	1,0201	4,3046
1,9044	1,9044	0,8281	1,8496	6,4865
0,3844	0,2304	0,1849	0,3844	1,1841

0,5446	0,1681	0,1681	0,1849	1,6163
0,5776	0,3481	0,5476	0,2116	1,6849
0,4096	1,0404	1,0816	0,9604	3,492

7. Определяют число степеней свободы:

1. Для общей дисперсии $k_0 = N - 1 = 28 - 1 = 27$

2. Для факториальной дисперсии $k_A = a - 1 = 7 - 1 = 6$

3. Для остаточной дисперсии $k_e = N - a = 28 - 7 = 21$

8. Рассчитывают дисперсии:

1. **Общая дисперсия** : $\sigma_0^2 = \frac{1}{N-1} (\sum X_{ij}^2 - \frac{T^2}{N})$

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{27} \cdot (22,7316 - \frac{566,9161}{28}) = 0,092$$

2. **Факториальная дисперсия** $\sigma_A^2 = \frac{1}{a-1} (\sum \frac{T_i^2}{n} - \frac{T^2}{N})$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{6} \cdot (\frac{89,3069}{4} - 20,2470) = \frac{2,0797}{6} = 0,3466$$

3. **Остаточная дисперсия** $\sigma_e^2 = \frac{1}{N-a} (\sum X_{ij}^2 - \sum \frac{T_i^2}{n})$

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{21} \cdot (22,7316 - \frac{89,3063}{4}) = 0,03$$

9. Находят фактическое значение F-критерия Фишера:

$$F_\Phi = 0,3466 / 0,03 = 18$$

10. Находят стандартное значение F-критерия Фишера (по таблице №4)

$F_{st} = 3,84$ при уровне значимости 0,01 и числа степеней свободы для большей дисперсии ($K_A = 7 - 1 = 6$) и меньшей дисперсии ($K_e = 28 - 7 = 21$).

11. Сравнивают фактически найденное значение F-критерия Фишера со стандартным значением и делают вывод.

$F_\Phi \geq F_{st}$, нулевую гипотезу отвергают на 1% уровне значимости.

Вывод: С вероятностью более 0,99 можно заключить, что время суток влияет на содержание каротиноидов в листьях канатика.

12. Определяют степень влияния фактора А по формуле:

$$P = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_e^2}{\sigma_A^2 + \sigma_e^2(n-1)}$$

$P=0,72$ –Это означает, что примерно около 72% от общего варьирования содержания каротиноидов в листьях канатика обусловлено влиянием времени суток

Ответ:

1. С вероятностью более 0,99 можно заключить, что время суток влияет на содержание каротиноидов в листьях канатика.
2. Сила влияния фактора А на результивный признак равна $P=0,72$.

Алгоритм решения задачи на дисперсионный анализ с помощью электронных таблиц EXCEL

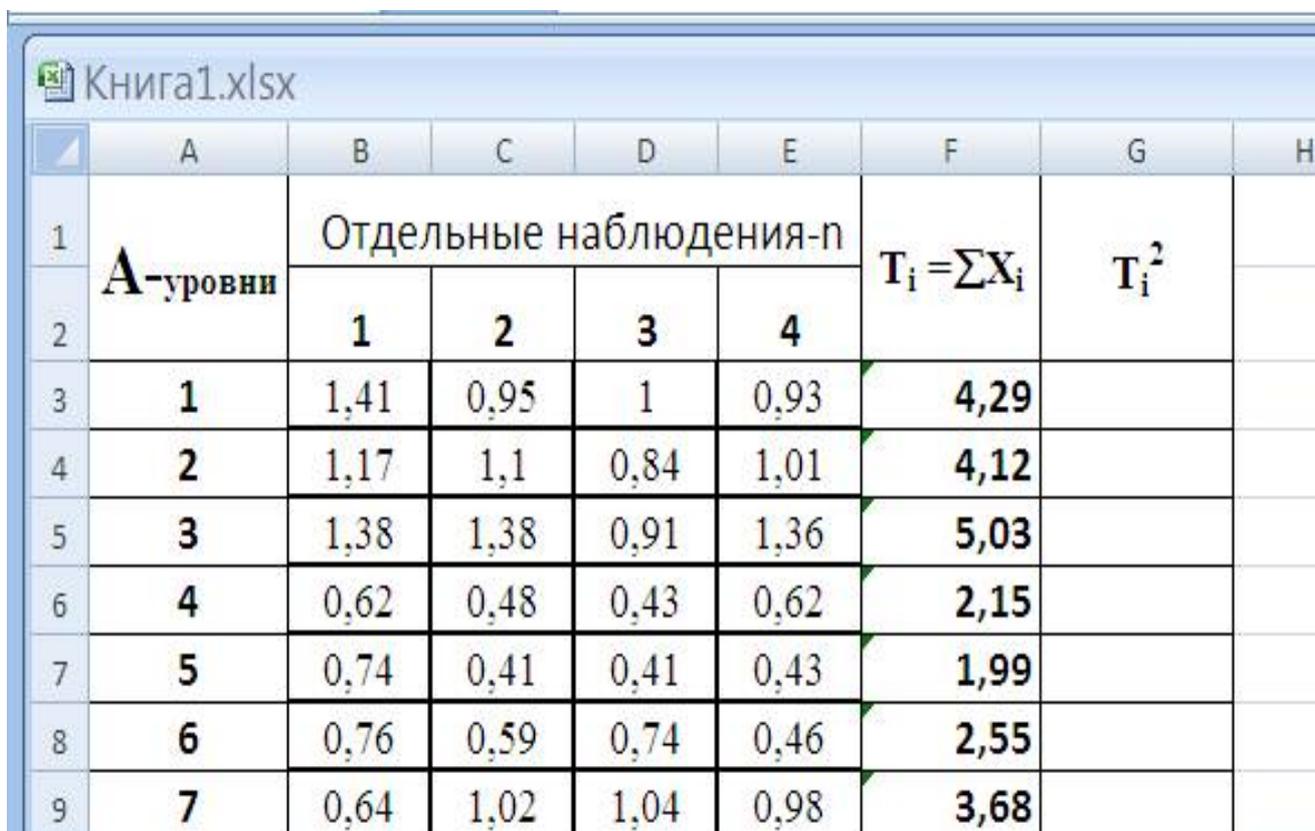
1. Для решения задачи составляют таблицу и заносят данные задачи.

Книга1.xlsx							
	A	B	C	D	E	F	G
1	А-уровни	Отдельные наблюдения-п				$T_i = \sum X_i$	T_i^2
2		1	2	3	4		
3	1	1,41	0,95	1	0,93		
4	2	1,17	1,1	0,84	1,01		
5	3	1,38	1,38	0,91	1,36		
6	4	0,62	0,48	0,43	0,62		
7	5	0,74	0,41	0,41	0,43		
8	6	0,76	0,59	0,74	0,46		
9	7	0,64	1,02	1,04	0,98		

1. Суммируют данные задачи по каждому уровню фактора **A** (T_i).

Для этого ставят курсор на ячейку **F3**, нажимают на значок Σ , выделяют ячейки **B3-E3**, нажимают «**ввод**», результат округляют до сотых значений. Далее копируем содержимое ячейки «**F3**» во все остальные ячейки «**F3-F9**»

Для этого необходимо установить табличный курсор на правый нижний угол ячейки «**F3**», нажать левую кнопку мыши (курсор должен приобрести вид креста +) и выделить блок ячеек, в которые будет осуществляться копирование (**F3-F9**). Отпускаем кнопку мыши и в ячейках появляются численные значения всех сумм. Получим следующую таблицу.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	A-уровни	Отдельные наблюдения-п				$T_i = \sum X_i$	T_i^2	
2		1	2	3	4			
3	1	1,41	0,95	1	0,93	4,29		
4	2	1,17	1,1	0,84	1,01	4,12		
5	3	1,38	1,38	0,91	1,36	5,03		
6	4	0,62	0,48	0,43	0,62	2,15		
7	5	0,74	0,41	0,41	0,43	1,99		
8	6	0,76	0,59	0,74	0,46	2,55		
9	7	0,64	1,02	1,04	0,98	3,68		

2. Находят общую сумму ($\sum T_i$) по всем уровням и получают значение (**T**).

Для этого ставят курсор на ячейку **F10**, нажимают на значок Σ , выделяют ячейки **F3-F9**, нажимают «**ввод**», результат округляют до сотых значений.

Книга1.xlsx						
	A	B	C	D	E	F
1	A-уровни	Отдельные наблюдения-п				$T_i = \sum X_i$
2		1	2	3	4	
3	1	1,41	0,95	1	0,93	4,29
4	2	1,17	1,1	0,84	1,01	4,12
5	3	1,38	1,38	0,91	1,36	5,03
6	4	0,62	0,48	0,43	0,62	2,15
7	5	0,74	0,41	0,41	0,43	1,99
8	6	0,76	0,59	0,74	0,46	2,55
9	7	0,64	1,02	1,04	0,98	3,68
10					T=	23,81

3. Возводят полученные суммы (T_i) в квадрат и получают значения (T_i^2) по каждому уровню.

4. Для этого необходимо поставить курсор на ячейку **G3** » и ввести с клавиатуры следующую формулу «=F3*F3», нажать клавишу **Enter**. Скопировать содержимое ячейки «G3» во все остальные ячейки «G3-G9».

5. Находят общую сумму ($\sum T_i^2$) по всем уровням.

6. Возводят в квадрат общую сумму ($\sum T_i$) и получают значение $T^2= 566,9$

	A	B	C	D	E	F	G
1	A-уровни	Отдельные наблюдения-п				$T_i = \sum X_i$	T_i^2
2		1	2	3	4		
3	1	1,41	0,95	1	0,93	4,29	18,40
4	2	1,17	1,1	0,84	1,01	4,12	16,97
5	3	1,38	1,38	0,91	1,36	5,03	25,30
6	4	0,62	0,48	0,43	0,62	2,15	4,62
7	5	0,74	0,41	0,41	0,43	1,99	3,96
8	6	0,76	0,59	0,74	0,46	2,55	6,50
9	7	0,64	1,02	1,04	0,98	3,68	13,54
10					T=	23,81	89,31
11					T²=	566,916	

7.Находят сумму квадратов данных задачи, составив дополнительную таблицу.

Для этого в ячейки **A2-A8** вводят данные первого наблюдения, в ячейки **C2-C8** вводят данные второго наблюдения, в ячейки **E2-E8** вводят данные третьего наблюдения и в ячейки **G2-G8** вводят данные четвёртого наблюдения.

В ячейках **B2-B8** получают квадраты данных первого наблюдения

Для этого необходимо поставить курсор на ячейку «**B2**» и ввести с клавиатуры следующую формулу «**=A2*A2**», нажать клавишу **Enter**. Скопировать содержимое ячейки «**B2**» во все остальные ячейки «**B3-B8**».

Аналогично находят квадраты данных второго, третьего и четвёртого наблюдений соответственно в ячейках «**D2-D9, F2-F8, H2-H8**».

Далее суммируют полученные результаты.

Для нахождения суммы квадратов первого наблюдения ставят курсор на ячейку **B9**, нажимают на значок Σ , выделяют ячейки **B2-B8**, нажимают «**ввод**», результат округляют до сотых значений.

Аналогично находят суммы квадратов данных второго, третьего и четвёртого наблюдений.

Далее суммируют полученные суммы и получают общую сумму квадратов данных ($\sum X_{ij}^2$).

Для нахождения общей суммы квадратов данных ставят курсор на ячейку I9, нажимают на значок Σ , выделяют ячейки B9-H9, нажимают «ввод», получают $\Sigma X_{ij}^2 = 22,98$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	X1	X1^X1	X2	X2^X2	X3	X3^X3	X4	X4^X4	
2	1,41	1,99	0,95	0,90	1	1	0,93	0,86	
3	1,17	1,37	1,1	1,21	0,84	0,71	1,01	1,02	
4	1,38	1,90	1,38	1,90	0,91	0,83	1,36	1,85	
5	0,62	0,38	0,48	0,23	0,43	0,18	0,62	0,38	
6	0,74	0,55	0,41	0,17	0,41	0,17	0,43	0,18	
7	0,76	0,58	0,59	0,35	0,74	0,55	0,46	0,21	
8	0,64	0,41	1,02	1,04	1,04	1,08	0,98	0,96	
9		7,18		5,80		4,52		5,48	22,98
10								$\Sigma X_{ij}^2 =$	22,98

8. Рассчитывают дисперсии:

Для этого вводят значения: N в ячейку B22, а в ячейку B23, n в ячейку B24.

Для расчёта факториальной дисперсии (σ_A^2) необходимо поставить курсор на ячейку «B25» и ввести с клавиатуры следующую формулу «=(1/(B22-B23)*((G10/B24)-(F11/B22)))», нажать клавишу **Enter**. Получается значение $\sigma_A^2=0,35$

Для расчёта остаточной дисперсии (σ_e^2) необходимо поставить курсор на ячейку «B26» и ввести с клавиатуры следующую формулу:

«=(1/(B23-1)*((I21-G10/B24)))», нажать клавишу **Enter**. Получается значение $\sigma_e^2=0,03$ в ячейке «B26».

9. Для нахождения фактического значения F-критерия Фишера в ячейку B28 вводят формулу: «=B25/B26», нажимают клавишу **Enter**, получают результат (значение $F_{\phi}=11,205826890$) в ячейке B28.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	A-уровни	Отдельные наблюдения-n				$T_i = \sum X_i$	T_i^2		
2		1	2	3	4				
3	1	1,41	0,95	1	0,93	4,29	18,40		
4	2	1,17	1,1	0,84	1,01	4,12	16,97		
5	3	1,38	1,38	0,91	1,36	5,03	25,30		
6	4	0,62	0,48	0,43	0,62	2,15	4,62		
7	5	0,74	0,41	0,41	0,43	1,99	3,96		
8	6	0,76	0,59	0,74	0,46	2,55	6,50		
9	7	0,64	1,02	1,04	0,98	3,68	13,54		
10					T=	23,81	89,31		
11					T²=	566,916			
12	x1	x1^x1	x2	x2^x2	x3	x3^x3	x4	x4^x4	
13	1,41	1,99	0,95	0,90	1	1	0,93	0,86	
14	1,17	1,37	1,1	1,21	0,84	0,71	1,01	1,02	
15	1,38	1,90	1,38	1,90	0,91	0,83	1,36	1,85	
16	0,62	0,38	0,48	0,23	0,43	0,18	0,62	0,38	
17	0,74	0,55	0,41	0,17	0,41	0,17	0,43	0,18	
18	0,76	0,58	0,59	0,35	0,74	0,55	0,46	0,21	
19	0,64	0,41	1,02	1,04	1,04	1,08	0,98	0,96	
20	Σ=	7,18		5,80		4,52		5,48	22,98
21								$\sum X_{ij}^2 =$	22,98
22	N=	28							
23	α=	7							
24	n=	4							
25	$\sigma_A^2 =$	0,35		0,315688					
26	$\sigma_e^2 =$	0,03		0,439417					
27	P=	0,7184254							
28	Φ=	11,20582689							

10. Находят стандартное значение F-критерия Фишера (по таблице №4).

$F_{st} = 3,84$ при уровне значимости 0,01 и числа степеней свободы для большей дисперсии ($K_A = 7 - 1 = 6$) и меньшей дисперсии ($K_e = 28 - 7 = 21$).

11. Сравнивают фактически найденное значение F-критерия Фишера со стандартным значением и делают вывод.

$F_{\phi} \geq F_{st}$, ($11,2 > 3,84$) нулевую гипотезу отвергают на 1% уровне значимости.

Вывод: С вероятностью более 0,99 можно заключить, что время суток влияет на содержание каратиноидов в листьях канатика.

12. Определяют степень влияния фактора А по формуле:
$$P = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_e^2}{\sigma_A^2 + \sigma_e^2(n-1)}$$

Для этого в ячейку **B27** вводят формулу: «**(B25-B26)/(B25+B26*(B24-1))**», нажимают клавишу **Enter**, получают результат: $P=0,7184254$

$P=0,72$ – Это означает, что примерно около 72% от общего варьирования содержания каратиноидов в листьях канатика обусловлено влиянием времени суток.

Ответ:

3. С вероятностью более 0,99 можно заключить, что время суток влияет на содержание каратиноидов в листьях канатика.
4. Сила влияния фактора А на результивный признак равна $P=0,81$.

Задания для самостоятельной работы:

1. Исследовали интенсивность распада белка в организме обожженных собак при введении нормальной и иммунной сыворотки. Используя метод дисперсионного анализа, определить достоверность влияния иммунной сыворотки на снижение интенсивности распада белка у обожженных собак.

Вид сыворотки	№ испытания			
	1	2	3	4
Нормальная сыворотка	0,316	0,328	0,214	0,252
Иммунная сыворотка	0,204	0,216	0,167	0,156

2. Изучалось продолжительность развития эмбриона (в днях) кроликов разных пород. Влияет ли породность на продолжительность развития эмбриона?

Породы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Альбиносы	30	36	31	30	34	32	34	32	33	32
Шиншилла	31	32	30	34	32	31	30	31	30	31
Голландские	30	29	30	31	30	30	31	30	31	31
Польские	30	31	29	30	29	30	29	31	29	30

3. Получены следующие данные о содержании хлорофилла (в мг/кв.дм) в листьях канатика в разное время суток. Влияет ли время суток на содержание хлорофилла?

Часы суток	1	2	3	4
15	3,06	2,88	2,83	2,41
18	3,20	2,97	2,50	3,03
21	1,82	1,73	1,33	2,25
24	1,67	1,26	1,52	1,36
6	2,76	1,26	1,46	1,32
9	2,78	2,7	2,49	1,66
12	2,41	3,22	1,9	2,00

4. Получены следующие данные о плодовитости самок мышей при облучении их рентгеновскими лучами. Влияет ли облучение на плодовитость мышей?

Группы	Число мышат от отдельных самок			
Доза 0 р	10	12	11	10
Доза 100 р	8	10	7	9
Доза 200р	7	9	6	4

5. Изучали процент гемоглобина в крови кур разных пород. Влияет ли породность на процент гемоглобина?

Породы	1	2	3	4	5	6	7
Итальянские	87	92	86	91	90	93	90
Куропатчатые	91	90	88	89	90	87	89
Минорки	85	82	85	86	89	84	85
Бентамы	82	82	85	83	82	83	84

6. Изучали живой вес ягнят при рождении (в кг), ношенных разное число дней:

Длительность Беременности	Живой вес ягнят									
	145	3,8	2,9	3,3	3,6	3,8	3,7	4,8	5,1	3,4
146	3,7	2,9	3,3	3,6	3,9	3,7	4,7	5,0	3,4	3,2
147	3,9	4,1	4,4	5,0	3,0	2,9	4,0	3,2	4,2	4,3
148	4,0	5,2	4,3	2,9	4,1	3,9	3,2	3,9	4,1	4,0
149	4,0	5,3	4,2	3,0	4,0	3,9	4,2	3,3	4,0	4,1
150	4,1	4,3	5,4	3,1	4,0	4,0	4,3	3,9	4,0	4,1
151	4,3	4,2	5,5	4,2	4,1	4,1	4,4	3,5	4,1	3,6
152	4,3	3,6	4,4	5,5	4,0	4,1	4,5	4,1	4,2	4,3
153	4,4	4,7	3,9	4,6	5,7	4,3	4,8	4,9	4,7	4,7

Примените метод дисперсионного анализа для выяснения влияния длительности плодоношения на живой вес ягнят.

7. Используя метод дисперсионного анализа, определить достоверность влияния дозы микроэлемента на величину поглощения кислорода крысами.

Доза (А)	Ср. величина потребл. кислорода (в мл)		
А1	176	179	169
А2	162	167	168
А3	157	154	153

8. Методом дисперсионного анализа определить влияние форм клинического течения ревматизма на содержание гепарина в крови больных с ревматическим пороком сердца.

А-фаза течения болезни	Содержание гепарина					
А1-острая	1	3	3	1	2	2
А2-вялая	2	2	3	3	4	4
А3-неактивная	2	4	3	4	5	6

9. Определяли содержание фосфотазы в эпифизах костей конечностей, подвергавшихся и не подвергавшихся однократной вибрации. Методом дисперсионного анализа выяснить, влияет ли вибрация на изменение активности фосфотазы в костях конечности.

Уровни фактора	Содержание фосфатазы						
Интактная конечность	43	30	63	47	39	33	45
Контактная конечность	72	35	83	70	44	51	59

10. Больных острым инфарктом миокарда в первый месяц лечения наряду с общепринятым лечением назначили ежедневный приём аспирина в разных дозировках. При этом оценивали снижение относительного риска смерти через 30 дней от начала лечения острого инфаркта миокарда. Влияет ли на эффективность лечения острого инфаркта миокарда назначение различных доз аспирина?

Суточная дозировка аспирина, мг/сут	№ испытания					
	1	2	3	4	5	6
75	5	9	14	17	18	16
160	21	24	26	31	33	22
325	22	33	24	26	29	31
500	14	17	27	21	22	25
1500	15	21	24	28	26	20

11. испытуемых было изучено потребление кислорода (в МЕТ) при различной физической активности. Влияет ли уровень физической активности на потребление кислорода?

Ходьба(км/ ч)	№ испытания				
	1	2	3	4	5
1.5	2.5	2.4	2.7	2.2	2.6
3	3.1	3.3	2.9	3.0	2.9
5	4.9	5.4	5.2	5.7	5.3
6.5	5.8	6	5.7	5.4	5.1

12. При обострениях хронической обструктивной болезни лёгких используют лекарственный препарат будесонид. В таблице представлены значения парциального напряжения углекислого газа крови в зависимости от длительности терапии. Влияет ли продолжительность лечения будесонидом на парциальное напряжение углекислого газа крови?

дни	№ испытания				
	1	2	3	4	5
2	44.2	43.9	44.1	44	43.8
4	43.7	43.1	43.5	43.9	43
7	41.6	42	41.5	41.9	41.2
10	40.1	40.7	40.4	40.9	41

13. В исследовании изучали изменение вязкости цельной крови больных стенокардией II и III функционального класса под влиянием ЭЛМ излучения КВЧ-диапазона на частоте молекулярного спектра излучения и поглощения атмосферного кислорода с различной продолжительностью периода облучения образца крови. Влияет ли продолжительность облучения на вязкость крови?

Продолжительность облучения крови (мин)	№ испытания					
	1	2	3	4	4	5
0-15	5.4	5	4.5	5.1	4.7	4.9
15-30	4.6	4.4	4.0	4.3	4.2	4.6
30-60	3.5	3.7	4	3.4	3	3.3
60-80	3	3.1	3.2	3.4	3.3	3.1

14. больных острым инфарктом миокарда в различные дни от начала заболевания определяли количество эритроцитов. В таблице представлены значения эритроцитов в различные сроки от начала острого инфаркта миокарда. Влияет ли продолжительность заболевания на содержание эритроцитов в крови.

Продолжительность заболевания, дни	№ испытания					
	1	2	3	4	5	6
1	4.2	4.1	4.8	4.5	4	4.5
7	5.2	5.3	5.0	4.9	5.1	4.8
21	4.2	4.4	4.7	4.9	4.6	4.1

15. Оцените эффективность влияния небиволола на максимальную скорость кровотока в плечевой артерии (в м/с) через 6 мес. лечения у пациентов с сердечной недостаточностью.

Доза небивал.	№ испытания					
	1	2	3	4	5	6
1.25	0.34	0.32	0.33	0.35	0.34	0.32
2.5	0.54	0.53	0.55	0.56	0.54	0.53
5	0.61	0.63	0.64	0.62	0.63	0.66

16. В таблице отображены показатели фракции выброса левого желудочка у больных с хронической недостаточностью кровообращения различных функциональных классов. Определите, влияет ли функциональный класс недостаточности кровообращения на сократительную способность левого желудочка.

Фактор	№ испытаний				
	1	2	3	4	5
1	0.47	0.45	0.41	0.4	0.43
2	0.48	0.43	0.41	0.42	0.41
3	0.33	0.32	0.34	0.3	0.35
4	0.23	0.21	0.2	0.24	0.25

17. В таблице отображены показатели индекса массы миокарда левого желудочка(г/м^2) у больных с хронической недостаточностью кровообращения различных функциональных классов. Определите, влияет ли функциональный класс недостаточности кровообращения на массу левого желудочка?

Функциональный класс	№ испытания				
	1	2	3	4	5
1	140	141	142	145	141
2	138	139	142	140	143
3	190	187	192	189	191
4	250	252	255	254	247

18. Проверьте эффективность влияния оликарда на количество приступов стенокардии в сутки после курсового лечения пациентов с ранней постинфарктной стенокардией.

Доза оликарда (мг/сут)	№ испытания					
	1	2	3	4	5	6
40	2	1	3	5	2	1
60	3	4	2	1	5	5
80	1	1	2	1	3	1

19. Проверьте, влияет ли степень тяжести (X) хронической обструктивной болезни лёгких на объём форсированного выхода за 1 сек. (в % от должного).

X	№ испытания					
	1	2	3	4	5	6
Лёгкая	70	75	74	80	72	76
Средняя	61	56	62	60	53	52
Тяжёлая	45	49	50	45	47	42

20. Проверьте, влияет ли возраст на частоту распространённости изолированной систолической артериальной гипертензии в различных регионах России (в %).

Возраст	Регионы				
	1	2	3	4	5
50	24	23	21	25	23
60	47	45	43	42	46
70	66	60	65	65	65
80	73	70	72	71	73

Таблица Значение F - критерия Фишера при уровнях значимости $\alpha=5\%$ (верхняя строка) $\alpha=1\%$ (нижняя строка)

R ₂	R ₁ - степени свободы для большей дисперсии							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	161	200	216	225	230	234	237	239
	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5982
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37
	98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85
	34,12	30,82	29,16	28,71	28,42	27,91	27,67	27,49
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	6,00
	21,20	18,00	16,89	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
	12,25	9,55	8,47	7,85	7,46	7,9	6,99	6,84
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44
	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23
	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07
	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95
	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74
12	4,75	3,80	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85
	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,83	2,77
	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70
	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64
	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59
	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55
	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	3,93	3,79	3,68
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51
	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48
	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,61

20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45
	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42
	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40
	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37
	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36
	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34
	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32
	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31
	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29
	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28
	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20
30	4,7	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27
	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17
32	4,15	3,29	2,90	2,67	2,51	2,40	2,31	2,24
	7,50	5,34	4,46	3,97	3,65	3,43	3,25	3,13
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,23
	7,44	5,29	4,42	3,93	3,61	3,39	3,22	3,09
36	4,11	3,26	2,87	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21
	7,40	5,25	4,38	3,89	3,57	3,35	3,18	3,05
38	4,10	3,24	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19
	7,35	5,21	4,34	3,86	3,54	3,32	3,15	3,02
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18
	7,31	5,18	4,31	3,85	3,51	3,29	3,12	2,99
42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17
	7,28	5,15	4,29	3,80	3,49	3,27	3,10	2,97
44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16
	7,25	5,12	4,26	3,78	3,47	3,24	3,08	2,95
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,15
	7,22	5,10	4,24	3,76	3,44	3,22	3,06	2,93
48	4,04	3,19	2,80	2,57	2,41	2,30	2,21	2,14
	7,20	5,08	4,22	3,74	3,43	3,20	3,04	2,91
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13
	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10

	7,08	4,98	4,13	3,63	3,34	3,12	2,95	2,82
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07
	7,01	4,92	4,08	3,60	3,29	3,07	2,91	2,78
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06
	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03
	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00
	6,81	4,75	3,92	3,45	3,14	2,92	2,76	2,63
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,98
	6,76	4,71	3,88	3,41	3,11	2,89	2,73	2,60
∞	3,64	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94
	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51

продолжение табл. 4.

R_2	R_1 - степени свободы для большей дисперсии						
	9	10	12	15	20	30	∞
1	241	242	244	246	248	250	254
	6022	6056	6106	6157	6209	6261	6366
2	19,38	19,40	19,41	19,43	19,45	19,46	19,50
	99,39	99,40	99,42	99,43	99,45	99,47	99,50
3	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,62	8,53
	27,35	27,23	27,05	26,87	26,69	26,50	26,13
4	5,94	5,94	5,91	5,86	5,80	5,75	5,63
	14,66	14,55	14,37	14,20	14,02	13,84	13,46
5	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,50	4,36
	10,16	10,05	9,89	9,72	9,55	9,38	9,02
6	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,81	3,67
	17,98	7,87	7,72	7,56	7,40	7,23	6,88
7	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,38	3,23
	6,72	6,62	6,47	6,31	6,16	5,99	5,65
8	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,08	2,93
	5,91	5,81	5,67	5,52	5,36	5,20	4,86
9	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,86	2,71
	5,35	5,26	5,11	4,96	4,81	4,65	4,31
10	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,70	2,54
	4,94	4,85	4,71	4,56	4,41	4,25	3,91
11	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,57	2,40
	4,63	4,54	4,40	4,25	4,10	3,94	3,60
12	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,47	2,30
	4,39	4,30	4,16	4,01	3,86	3,70	3,36
13	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,38	2,21
	4,19	4,10	3,96	3,82	3,66	3,51	3,16

14	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,31	2,13
	4,03	3,94	3,80	3,66	3,51	3,35	3,00
15	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,25	2,07
	3,89	3,80	3,67	3,52	3,37	3,21	2,87
16	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,19	2,01
	3,78	3,69	3,55	3,41	3,26	3,10	2,75
17	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,15	1,96
	3,68	3,59	3,46	3,31	3,16	3,00	2,65
18	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,07	1,88
	3,60	3,51	3,37	3,23	3,08	2,92	2,57
19	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,07	1,88
	3,52	3,43	3,30	3,15	3,00	2,84	2,49
20	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,04	1,84
	3,46	3,37	3,23	3,09	2,94	2,78	2,42
21	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,01	1,81
	3,40	3,31	3,17	3,03	2,88	2,72	2,36
22	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	1,98	1,78
	3,35	3,26	3,12	2,98	2,83	2,67	2,31
23	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	1,96	1,76
	3,30	3,21	3,07	2,93	2,78	2,62	2,26
24	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,94	1,73
	3,26	3,17	3,03	2,89	2,74	2,58	2,21
25	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,92	1,71
	3,22	3,13	2,99	2,85	2,70	2,54	2,17
26	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,90	1,69
	3,18	3,09	2,96	2,81	2,66	2,50	2,13
27	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,88	1,67
	3,15	3,06	2,93	2,78	2,63	2,47	2,10
28	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,87	1,65
	3,12	3,03	2,90	2,75	2,60	2,44	2,06

Продолжение табл. 4.

R_2	R_1 – степени свободы для большей дисперсии								
	9	10	11	12	14	16	20	30	∞
29	2,22	2,18	2,14	2,10	2,05	2,01	1,94	1,83	1,64
	3,09	3,00	2,93	2,87	2,77	2,69	2,57	2,41	2,03
30	2,21	2,16	2,13	2,09	2,04	1,99	1,93	1,84	1,62
	3,00	2,17	2,90	2,84	2,74	2,66	2,55	2,38	2,01
32	2,19	2,14	2,10	2,07	2,01	1,97	1,91	1,82	1,39
	3,02	2,93	2,86	2,80	2,70	2,62	2,50	2,34	1,96
34	2,17	2,12	2,08	2,05	1,99	1,95	1,89	1,80	1,57
	2,98	2,89	2,28	2,76	2,66	2,58	2,46	2,30	1,91
36	2,15	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,87	1,78	1,55
	2,95	2,86	2,76	2,72	2,62	2,54	2,43	2,26	1,87

38	2,14	2,09	2,05	2,02	1,96	1,92	1,85	1,76	1,53
	2,95	2,82	2,75	2,69	2,59	2,51	2,40	2,23	1,84
40	2,12	2,08	2,04	2,00	1,95	1,90	1,84	1,74	1,51
	2,89	2,80	2,73	2,66	2,56	2,48	2,37	2,20	1,80
42	2,11	2,06	2,03	1,99	1,93	1,89	1,83	1,73	1,49
	2,86	2,78	2,70	2,64	2,54	2,46	2,34	2,18	1,78
44	2,10	2,05	2,01	1,98	1,92	1,88	1,81	1,72	1,48
	2,84	2,75	2,68	2,62	2,52	2,44	2,32	2,15	1,75
46	2,09	2,04	2,00	1,97	1,91	1,87	1,80	1,71	1,46
	2,82	2,73	2,66	2,60	2,50	2,42	2,30	2,13	1,73
48	2,08	2,03	1,99	1,96	1,90	1,86	1,79	1,70	1,45
	2,80	2,72	2,64	2,58	2,48	2,40	2,28	2,12	1,70
50	2,07	2,03	1,99	1,95	1,89	1,85	1,78	1,69	1,44
	2,79	2,70	2,63	2,56	2,46	2,38	2,26	2,10	1,68
60	2,04	1,99	1,95	1,92	1,86	1,82	1,75	1,65	1,39
	2,72	2,63	2,56	2,50	2,39	2,31	2,20	2,03	1,60
70	2,02	1,97	1,93	1,89	1,84	1,79	1,72	1,62	1,35
	2,67	2,59	2,51	2,45	2,35	2,27	2,15	1,98	1,53
80	2,00	1,95	1,91	1,88	1,82	1,77	1,70	1,60	1,32
	2,64	2,55	2,48	2,42	2,31	2,23	2,12	1,94	1,49
100	1,97	1,93	1,89	1,85	1,79	1,75	1,68	1,57	1,28
	2,59	2,50	2,43	2,37	2,26	2,19	2,06	1,89	1,43
150	1,94	1,89	1,85	1,82	1,76	1,71	1,64	1,53	1,22
	2,53	2,44	2,37	2,31	2,20	2,12	2,00	1,83	1,33
200	1,93	1,88	1,84	1,80	1,74	1,69	1,62	1,52	1,19
	2,50	2,41	2,34	2,27	2,17	2,09	1,97	1,79	1,28
∞	1,88	1,83	1,79	1,76	1,69	1,64	1,57	1,46	1,00
	2,41	2,32	2,25	2,18	2,08	2,00	1,88	1,70	1,00

Тесты

1. Для установления достоверности влияния регулируемого фактора на результативный признак в дисперсионном анализе используют критерий Фишера, равный отношению:

1. общей дисперсии к дисперсии факториальной,
2. факториальной дисперсии к дисперсии остаточной,
3. дисперсии факториальной к общей дисперсии,
4. общей дисперсии к дисперсии остаточной.

2. О достоверности влияния данного фактора в дисперсионном анализе на изменчивость признака судят по критерию:

1. Стьюдента,
2. Фишера,
3. хи-квадрат,
4. Ван-дер-Вандера.
5. угловому критерию Фишера

3. Дисперсионный анализ позволяет устанавливать:

1. только достоверность влияния регулируемых и нерегулируемых в опыте факторов на результативный признак,
2. силу влияния регулируемых и нерегулируемых в опыте факторов на результативный признак,
3. достоверность и силу влияния регулируемых и нерегулируемых в опыте факторов на результативный признак.

4. Установите соответствие между видом варьирования в дисперсионном анализе и числом степеней свободы:

- | | |
|------------------|--------|
| 1. общее | 1. a-1 |
| 2. факториальное | 2. N-1 |
| 3. остаточное | 3. N-a |

5. Установите соответствие между видом дисперсии и её математическим выражением:

- | | |
|------------------|---|
| 1. общая | а. $\delta_A^2 = \frac{1}{a-1} \left(\sum \frac{T_1^2}{n} - \frac{T^2}{N} \right)$ |
| 2. остаточная | б. $\delta_0^2 = \frac{1}{N-1} \left(\sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} \right)$ |
| 3. факториальная | в. $\delta_l^2 = \frac{1}{N-a} \left(\sum x_{ij}^2 - \sum \frac{T_j^2}{n} \right)$ |

6. Степень влияния действующего фактора на изменчивость признака определяют по формуле:

1. $P(A) = \frac{m}{n}$

2. $P = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_\ell^2}{\sigma_A^2 + \sigma_\ell^2(n-1)}$

7. Нулевую гипотезу отвергают и эффективность действия фактора А на изменчивость данного признака считается достоверным, если фактическое значение F-критерия Фишера окажется:

1. $F_\phi = F_{ct}$

2. $F_\phi > F_{ct}$

3. $F_\phi \leq F_{ct}$

4. $F_\phi \geq F_{ct}$

5. $F_\phi < F_{ct}$