Критерии достоверности оценок.

Статистическая проверка гипотез.

Для сравнительной оценки генеральных параметров выборок используют нулевую гипотезу H_0.(μ_1-μ_2=0; $\overline{x_1} - \overline{x_2}$ =0)

Для проверки принятой гипотезы, используют функции распределения, которые называются критериями достоверности (статистические критерии).

Статистические критерии:

- параметрические (t – критерий Стьюдента, F – критерий Фишера);
- непараметрические (X – критерий Ван-дер-Вардена, Манна-Уитни, Хи^2-критерий).

Критерий Стьюдента.

Критерий Стьюдента применяется для сравнения двух независимых выборок, взятых из нормально распределяющихся совокупностей.

Пусть $\overline{X}_1$ и $\overline{X}_2$ - средние значения выборок, взятых из генеральных совокупностей со средними **μ_1 и μ_2**. Нулевая гипотеза сводится к предположению, что **$\mu_1 = \mu_2$.**

Критерием для проверки **H_0**-гипотезы служит отношение:

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} \quad \text{где} \quad S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sum (Xi - \overline{X}_1)^2 + \sum (X_i - \overline{X}_2)^2}{n(n-1)}}$$

$$t_ф = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum (Xi - \overline{X}_1)^2 + \sum (X_i - \overline{X}_2)^2}{n(n-1)}}}$$

H_0-гипотезу отвергают, если фактически установленная величина **$t_ф$-**критерия превзойдёт или окажется равной стандартному **t_{st}-** этой величины для принятого уровня значимости **α** и числа степеней свободы **$k=n_1+n_2-2$**,

т. е. при условии: **$t_ф \geq t_{st}$**, Если **$t_ф < t_{st}$**, то **H_0**-гипотеза сохраняется.

В случае не равночисленных выборок, т. е. при **$n_1 \neq n_2$**

$$t_ф = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{\sum (Xi - \overline{X}_1)^2 + \sum (X_i - \overline{X}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}\right)}}$$

<u>Задача:</u>

На двух группах крыс поставлен опыт по сравнению влияния разных рационов на рост. Крысы первой группы получали рацион с высоким содержанием белка, крысы второй – с низким. Привесы за 56 дней опыта для каждой крысы составляли в (г):

Высокобелк рацион	**134**	**146**	**104**	**119**	**124**	**161**	**107**
Низкобелк рацион	70	118	101	85	107	132	94

Применяя **t-**критерий Стьюдента определить достоверность влияния высокобелкового рациона на рост крыс.

Для решения задачи составляют таблицу:

№	X_{1i}	X_{2i}	$X_{1i}-\bar{X}_1$	$X_{2i}-\bar{X}_2$	$\left(X_{1i}-X_1\right)^2$	$\left((X_{2i}-\bar{X}_2\right)^2$
1	134	70	6	-31	38	961
2	146	118	18	17	329	289
3	104	101	-24	0	569	0
4	119	85	-9	-16	78	256
5	124	107	-4	6	15	36
6	161	132	33	31	1098	961
7	107	94	-21	-7	435	49
$\sum=$	**895**	**707**			**2563**	**2552**
$\bar{X}=$	**128**	**101**				
	n=	7				

Схема вычисления критерия Стьюдента:

1. Находят средние значения в первой и второй выборке($\bar{X}_1$ $\bar{X}_2$ **).**
2. Находят разность между каждым значением случайной величины и средним значением в первой и второй выборке.
3. Возводят в квадрат полученные разности.
4. Суммируют значения полученных разностей в первой и второй выборке.
5. Подставляют полученные суммы в формулу критерия Стьюдента и рассчитывают фактическое значение критерия Стьюдента по формуле:

$$t_{ô} = \frac{\left|\bar{x}_1-\bar{x}_2\right|}{\sqrt{\frac{\sum\left(x_i-\bar{x}_1\right)^2+\sum\left(x_i-\bar{x}_2\right)^2}{n(n-1)}}} = \frac{\left|127{,}86-101\right|}{\sqrt{\frac{2562{,}86+2552}{42}}} = 2{,}43$$

ние критерия Стьюдента для P= 0,95 и R=n_1+n_2 –2 числа степеней свободы: R=7+7-2=12, t_{st}=2,18

7. Делают вывод:

$t_ф \geq t_{st}$, Но – отвергается, высокобелковый рацион на рост крыс влияет.

F-критерий Фишера. Проверка гипотез для дисперсий.

Для проверки **H_0** –гипотезы о равенстве генеральных дисперсий (**S_1= S_2**) нормально распределяющихся совокупностей **t**-критерий оказывается недостаточно точным, особенно при оценке разности дисперсий малочисленных выборок. Д. Снедокер предложил использовать отношение выборочных дисперсий, обозначив этот показатель в честь Фишера буквой **F** т.е.

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$ при $\boldsymbol{\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2}$.

Так как принято брать отношение большей дисперсии к меньшей, то критерий **F≥1**.

Если $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$,то **F=1**. Чем значительнее неравенство между выборочными дисперсиями, тем больше будет и величина **F**, и, наоборот, чем меньше окажется разница между дисперсиями, тем меньше будет величина **F**.
Функция **F-** распределения табулирована для **5%**-ного и **1%**-ного уровней значимости и чисел степеней свободы $k_1=n_1-1$ для большей дисперсии и $k_2=n_2-1$ для меньшей. Критические точки для **F**-критерия содержатся в таблице "Значения **F**-критерия Фишера и при уровнях значимости α**=5%** (верхняя строка) и α**=1%** (нижняя строка)". В этой таблице степени свободы для большей дисперсии k_1 расположены в верхней строке (по горизонтали), а степени свободы для меньшей дисперсии k_2- в первой графе (по вертикали).
Если сравниваемые выборки извлечены из одной и той же генеральной совокупности или из разных совокупностей с дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 равными друг другу: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, то величина **F**-критерия не превысит критические точки F_{st} , указанные в таблице. Если же сравниваемые выборки взяты из разных совокупностей с их параметрами σ_1^2 и σ_2^2 не равными друг другу, то $F_ф \geq F_{st}$ и нулевая гипотеза должна быть отвергнута.

Задача:
Пусть при лечении некоторого заболевания применяются две методики: А и В. Отобраны две однородные группы больных, первая численностью n_1=20, а вторая-n_2=16 человек. Известно, что соответствующие генеральные совокупности X и Y имеют нормальное распределение. Оказалось, что для обеих групп средние значения практически равны, а выборочные дисперсии: σ_1^2 =21,5 и σ_2^2 =32,8. Требуется сопоставить обе методики лечения при уровне значимости α**=0,1.**
Решение:
Дисперсия для метода А: σ_1^2=21,5
Дисперсия для метода В: σ_2^2=32,8
Вычисляют дисперсионное отношение $F=\frac{32,8}{21,5}=1,526$

В таблице для 1**%** уровня значимости (нижняя цифра) и чисел степеней свободы k_1=16-1=15 (см. верхнюю строку таблицы) и k_2=20-1=19 (см. первую графу той же таблицы) находят F_{st}=3,15
Вывод: Так как $F_ф < F_{st}$. нулевая гипотеза остаётся в силе. Обе методики эквивалентны друг другу.

Критерий U Манна-Уитни

Назначение критерия

Критерий предназначен для оценки различий между *двумя* независимыми выборками по *уровню* какого-либо признака, количественно измеренного. Он позволяет выявлять различия между *малыми* выборками, когда $n_1,n_2 \geq 3$ или $n_1=2$, $n_2 \geq 5$.

Описание критерия

Этот метод определяет, достаточно ли мала зона перекрещивающихся значений между двумя рядами. Чем меньше область перекрещивающихся значений, тем более вероятно, что различия достоверны. Иногда эти различия называют различиями в *расположении* двух выборок.

Эмпирическое значение критерия U отражает то, насколько велика зона совпадения между рядами. Поэтому *чем меньше* $U_{эпр}$, *тем более* вероятно, что различия *достоверны.*

Гипотезы

H_0: Уровень признака в группе 2 не ниже уровня признака в группе 1.

Графическое представление критерия U

На Рис.1 представлены три из множества возможных вариантов соотношения двух рядов значений.

В варианте (а) второй ряд ниже первого, и ряды почти не перекрещиваются. Область наложения слишком мала, чтобы скрадывать различия между рядами. Есть шанс, что различия между ними достоверны. Точно определить это можно с помощью критерия U.

В варианте (б) второй ряд тоже ниже первого, но и область перекрещивающихся значений у двух рядов достаточно обширна. Она может ещё не достигать критической величины, когда различия придётся признать несущественными. Но так ли это, можно определить только путём точного подсчета критерия U.

В варианте (в) второй ряд ниже первого, но область наложения настолько обширна, что различия между рядами скрадываются.

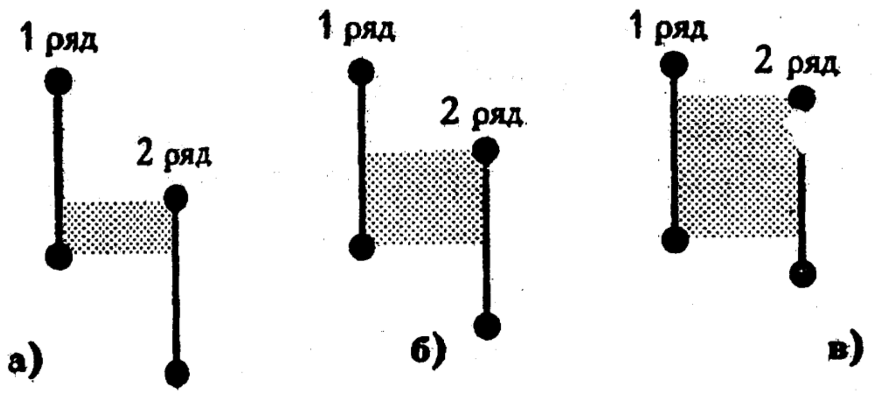

Рис1. Возможные варианты соотношений рядов значений в двух выборках; штриховкой обозначены зоны наложения.

Ограничения критерия U

1. В каждой выборке должно быть не менее 3 наблюдений: $n_1,n_2 \geq 3$; допускается, чтобы в одной выборке было 2 наблюдения, но тогда во второй их должно быть не менее 5.
2. В каждой выборке должно быть не более 60 наблюдений; $n_1,n_2 \leq 60$. Однако уже при $n_1,n_2 > 20$ ранжирование становится достаточно трудоёмким.

АЛГОРИТМ

подсчета критерия U Манна-Уитни

1. Расположить все данные обоих выборок по степени нарастания признака, не считаясь с тем, к какой выборке они относятся, как если бы мы работали с одной большой выборкой.
2. Проранжировать значения, приписывая меньшему значению меньший ранг. Всего рангов получится столько, сколько у нас (n_1+n_2).
3. Подсчитать сумму рангов отдельно по первой и второй выборке отдельно. Проверить, совпадает ли общая сумма рангов с расчетной.
4. Расчетная сумма: $\sum R_1 = \frac{N \cdot (N+1)}{2}$
5. Определить большую из двух ранговых сумм.
6. Определить значение U по формуле:

$$U = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x$$

n_1-количество испытуемых в выборке 1

n_2- количество испытуемых в выборке 2

T_x-большая из двух ранговых сумм

n_x-количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.

7. Определить критические значения U по табл. 8.
8. Если $U_{эмп}>U_{кр}$ 0.05, H_0 принимается.
9. Если $U_{эмп}\leq U_{кр\ 0.05}$, H_0 отвергается. Чем меньше значения U, тем достоверность различий выше.

Задача:

Имеются две группы лабораторных мышей, опытная (n_1=9) и контрольная (n_1=11). Проверить с помощью критерия U Манна-Уитни, оказывает ли действие на массу тела лабораторных мышей новый лекарственный препарат.

Масса тела мышей	Опыт	75	70	64	68	72	79	76	83	80		
	контроль	71	70	66	60	62	69	73	69	60	80	78

Для решения задачи создаём таблицу:

Масса тела мышей		Масса тела мышей (по возрастанию)		R	O	R_o	K	R_k
O	**K**	**O**	K					
75	71		60	1,5			60	1,5
70	70		60	1,5			60	1,5
64	66		62	3			62	3
68	60	***64***		4	***64***	4		
72	62		66	5			66	5
79	69	***68***		6,5	***68***	6,5		
76	73		68	6,5			68	6,5
83	69		69	8			69	8
80	60	***70***		9,5	***70***	9,5		
	80		70	9,5			70	9,5
	78		71	11			71	11

		72		12	***72***	12		
			73	13			73	13
		75		14	***75***	14		
		76		15	***76***	15		
			78	16			78	16
		79		17	***79***	17		
			80	18,5			80	18,5
		80		18,5	***80***	18,5		
		83		20	***83***	20		
						∑=116,5		∑=93,5

Общая сумма рангов: ∑R= 116,5+93,5=210.

Расчетная сумма: $\sum R_1 = \frac{N \cdot (N+1)}{2} = \frac{20 \cdot (20+1)}{2} = 210$

Равенство реальной и расчетной сумм соблюдено.

Опытная группа имеет большую сумму рангов $\sum R_o = 116.5$.

Теперь необходимо сформулировать гипотезу H_0:

H_0: Опытная группа не превосходит контрольную группу по массе тела.

Определяем эмпирическую величину U:

$$U_{эмп} = (11 \cdot 9) + \frac{9 \cdot (9+1)}{2} - 116.5 = 27.5$$

По табл. 8 определяем критические значения для соответствующих n_1 и n_2, причем меньшее n принимаем за n_1 (n_1=9) и отыскиваем его в верхней строке табл.8, большее n принимаем за n_2 (n_2=11) и отыскиваем его в левом столбце табл.8. $U_{кр} = \begin{cases} 27 (p \le 0.05) \\ 18 (p \le 0.01) \end{cases}$

Критерий U является одним из двух исключений из общего правила принятия решения о достоверности различий, а именно мы можем констатировать достоверные различия, если $U_{эмп} \le U_{кр}$.

$U_{эмп} > U_{кр}$, при уровне значимости 0,05 , следовательно между группами различий нет и новый лекарственный препарат не оказывает действия на массу мышей.

Критерий Хи-квадрат

Критерий Хи-квадрат применяется для проверки правильности выбранного закона распределения.

Схема вычисления критерия **<u>Хи-квадрат:</u>**

1. Определяют опытные (эмпирические) частоты встречи данной случайной величины.

f_1 f_2 f_3 … f_n

2. Выбирают закон распределения случайной величины в качестве предполагаемого и в соответствии с выбранным законом рассчитывают теоретические частоты.

f_1' F_2' f_3' … f_n'

3. Находят разность между эмпирическими и теоретическими частотами.

$f_1- f_1'$ $f_2- f_2'$ $f_3- f_3'$ … $f_n- f_n'$

4. Возводят в квадрат разность между эмпирическими и теоретическими частотами.

$(f_1- f_1')^2$ $(f_2- f_2')^2$ $(f_3- f_3')^2$ … $(f_n- f_n')^2$

5. Находят отношение квадрата разности между эмпирическими и теоретическими частотами к теоретическим частотам.

$$\frac{(f_1-f_1')^2}{f_1'} \quad \frac{(f_2-f_2')^2}{f_2'} \quad \frac{(f_3-f_3')^2}{f_3'} \quad \ldots$$

6. Находят сумму отношений квадратов разности между эмпирическими и теоретическими частотами к теоретическим частотам.

$$\frac{(f_1-f_1')^2}{f_1'} + \frac{(f_2-f_2')^2}{f_2'} + \frac{(f_3-f_3')^2}{f_3'} + \cdots \quad \frac{(f_n-f_n')^2}{f_n'}$$

7. Получают формулу критерия **<u>Хи-квадрат:</u>** $X^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(f-f')^2}{f'}$

Число степеней свободы **R** при оценке эмпирических распределений, следующих нормальному закону, **R=N-3** . Если же оценке подлежит распределение, следующее закону Пуассона, число степеней свободы уменьшается на единицу, т. е. **R=N-2.** В других случаях число степеней свободы устанавливается особо.

Нулевая гипотеза сводится к предположению, что различия, наблюдаемые между эмпирическими и вычисленными частотами, носят исключительно случайный характер. Для проверки нулевой гипотезы нужно фактически полученную величину $\mathbf{X_ф^2}$ сравнить с её критическим значением $\mathbf{X_{st}^2}$, определяемом по таблице "$\mathbf{X^2}$- распределение. Критические точки для разных значений вероятности P и чисел степеней свободы-R)".

Если $\mathbf{X_ф^2 \geq X_{st}^2}$ **,** то нулевая гипотеза должна быть отвергнута на принятом уровне значимости с числом степеней свободы R**.**

Задача:

В таблице приведены эмпирические (f) и вычисленные по нормальному закону(f′) частоты распределения длины тела у 267 мужчин. Применяя критерий **Хи-квадрат** выяснить, следует ли это распределение нормальному закону.

Решение:

Частоты		f-f′	$(f-f')^2$	$\frac{(f-f')^2}{f'}$
f- опытные	f′- теоретическ.			
12	11.6	0.4	0.16	0.01
31	34.3	3.3	10.89	0.32
71	67.8	3.2	10.24	0.15
82	77.6	4.4	19.36	0.25
46	51.2	5.2	27.04	0.53
19	19.5	0.5	0.25	0.01

6	5	1.0	1.00	0.20
∑=267	∑=267		∑=	**1.47**

Расчёт значения **Хи-квадрат** критерия дал результат **1.47**.
В данном случае число степеней свободы **R =7-3=4**. Исходя из **5%**-ного уровня значимости из таблицы "**X^2**- распределение. Критические точки для разных значений вероятности Р и чисел степеней свободы-k) находим **X_{st}^2=9.49**
Эта величина значительно превышает **$X_ф^2$=1.47,** что не позволяет отвергнуть H_0-гипотезу.
Следовательно, существуют достаточные основания для утверждения, что данное распределение следует нормальному закону.

Задачи для самостоятельного решения.

1 Для определения pH использовались 2 типа электродов.

Тип электрода	**Показания pH**			
	5,78	5,74	5,84	5,8
2	5,82	5,87	5,96	5,89

Применяя **t**-критерий Стьюдента определить, следует ли отбросить нулевую гипотезу?

2 Изучено общее содержание азота в плазме крови крыс-альбиносов в возрасте 37 и180 дней. Результаты выражены в граммах на 100см^3 плазмы.

Возраст	1	2	3	4	5	6	7	8	9
37	0,98	0,83	0,99	0,86	0,9	0,81	0,94	0,92	0,87
180	1,2	1,18	1,33	1,21	1,2	1,07	1,13	1,12	1,3

Применяя **t**-критерий Стьюдента определить достоверность влияния возраста на содержание азота в плазме крови крыс-альбиносов.

3 У 12 работающих на ультразвуковых установках изучалось содержание сахара в крови натощак до работы и через 3 часа после работы. Определить достоверность влияния ультразвуковых установок на снижение сахара в крови, используя **t**-критерий Стьюдента.

Натощак	98	82	99	72	79	82	64	70	88	66	88	81
После 3-х час.раб.	54	67	96	59	79	76	66	66	48	61	61	50

4 Изучалось влияние на величину веса щитовидной железы белых крыс раздражения животных во время кормления слабым электрическим током. Получены следующие данные о весе (в мг) щитовидной железы указанных животных и животных контрольной группы, не подвергавшихся раздражению:

Опытная	**16**	**21**	**16**	**16**	**35**	**24**	**23**	**23**	**16**
Контрольная	19	10	12	13	9	8	15	13	12

Используя **t**-критерий Стьюдента, определить, являются ли различия в весе щитовидной железы животных сравниваемых групп статистически значимыми.

5 На двух группах крыс поставлен опыт по сравнению влияния разных рационов на рост. Крысы первой группы получали рацион с высоким содержанием белка, крысы второй - с низким. Привесы за 56 дней опыта для каждой крысы составили в (г):

Высокобелк. рацион	**134**	**146**	**104**	**119**	**124**	**161**	**107**
Низкобелк. рацион	70	118	101	85	107	132	94

Пользуясь **t**-критерием Стьюдента определить достоверность влияния высокобелкового рациона на рост крыс.

6 На двух группах лабораторных мышей опытной и контрольной изучалось влияние на организм нового препарата. После месячных испытаний масса тела животных (г) варьировала следующим образом:

Опыт	80	76	75	64	70	72	68	79	83
Контроль	70	78	60	80	62	68	73	60	71

Используя **t** -критерий Стьюдента определить достоверность влияния на организм нового препарата.

7 Пользуясь **t**-критерием Стьюдента, определить достоверно ли изменение содержания **Na** в сыворотке крови кроликов с атеросклерозом на 10-й день после перевязки коронарной артерии и 9 дневного введения нероболила.

До опыта	407	420	420	326	379	474	474	499	387	449
После опыта	382	331	360	357	350	439	450	405	382	373

8 Определялось содержание сиаловой кислоты больных инфарктом миокарда, поступивших на лечение в сроки до 3-х (X) дней и позднее 6-ти дней (Y) от начала заболевания:

X	240	235	270	280	185	287	148
Y	314	270	220	226	230	305	278

Определить достоверность влияния сроков заболевания на содержание сиаловой кислоты в крови используя **t**-критерий Стьюдента.

9 Температура тела разнополых тушканчиков оказалась следующей:

У самцов	**37,5**	**37,9**	**37,4**	**37,8**	**36,8**	**37,8**	**37,5**
У самок	37,8	38,1	37,0	37,5	37,7	37,8	37,6

Используя **t**-критерий Стьюдента, определить, отличаются ли самцы и самки по температуре тела.

10 Следующие данные основаны на результатах сравнительного исследования средней концентрации свинца в крови (в мг/100г) группы рабочих аккумуляторного завода, подвергавшихся профессиональному воздействию-(X) и группы рабочих текстильной фабрики не подвергавшихся профессиональному воздействию-(Y).

X	**0.082**	**0.080**	**0.079**	**0.069**	**0.085**	**0.090**	**0.086**
Y	0.040	0.035	0.036	0.039	0.041	0.046	0.043

Применяя t-критерий Стьюдента, определить, есть ли различие в среднем содержании свинца в сыворотке крови у рабочих двух предприятий.

11 Определение содержания основного фармакологически активного вещества в жидком лекарственном препарате двумя методами – дало следующие результаты:

1	98,2	98,30	98,30	98,40	98,40	98,40	98,50	98,50	98,60
2	98,3	98,40	98,40	98,50	98,50	98,60	98,60	98,70	98,70

С помощью критерия Фишера сравнить оба метода при доверительной вероятности P=0.95.

12 Измерения пульса 10 больных, проведенные после некоторой процедуры, и 12 больных контрольной группы дали следующие результаты: для 1-ой группы $\overline{X}$ =70 уд/мин, для 2-ой $\overline{Y}$ =68 уд/мин; дисперсии соответственно - σ^2_x=9 и σ^2_y=4. При уровне значимости α = 0,05 с помощью критерия Фишера проверить, значимо ли различие пульса у больных этих групп.

13 Для определения содержания хлора в химическом соединении были применены методы А и В. Результаты даны в %. Применить **F**-критерий Фишера для сравнения методов А и В.

A	**27,5**	**27,0**	**27,3**	**27,6**	**27,8**		
B	27,9	26,5	27,2	26,3	27,0	27,4	27,3	26,8

14При определении влияния фактора А на потребление кислорода кроликами по одной методике была получена величина дисперсии $\boldsymbol{\sigma}_1^2$ =11,6. Вторая методика дала значение $\boldsymbol{\sigma}_2^2$=4,3. Численность первой и второй групп кроликов соответственно равно: $\mathbf{n}_1$=8, $\mathbf{n}_2$=14.Требуется установить, существенно ли различие этих дисперсий, т. е эквивалентны ли обе методики по точности?

15 Применить критерии Ван-дер-Вардена и Манна-Уитни для оценки значимости различия между % фагоцитировавших лейкоцитов у морских свинок, сенсибилизированных лошадиной сывороткой (X) и в контроле (Y).
Сравнить результаты.

X	**2**	**6**	**8**	**8**	**10**	**14**
Y	22	32	36	54		

16 Изучалось влияние на поглотительные способности ретикулоэндотелиальной системы витамина $\mathbf{B}_{12}$.Получены данные:

Опыт.	**28**	**29**	**33**	**34**	**35**	**36**	**39**	**48**	**50**	**53**	**54**	**57**
Контр.	40	48	50	50	51	53	55	59	60	60	62	84

Применить критерии Ван-дер-Вардена и Манна-Уитни для определения достоверности влияния витамина **B_{12}** на поглотительную способность ретикулоэндотелиальной системы. Сравнить результаты.

17 Изучалось влияние кобальта на массу тела кроликов. Опыт проводился на двух группах животных: опытной и контрольной. Опытные кролики ежедневно получали добавку к рациону в виде водного раствора по 0.06г хлористого кобальта на 1 кг живой массы тела. Проанализировать с помощью X- критерия Ван-дер- Вардена и Манна-Уитни результаты о влиянии кобальта на величину массы тела кроликов.

Контроль	**420**	**470**	**490**	**504**	**530**	**560**	**580**	**580**
Опыт	561	580	621	630	640	680	692	700

18 Применяя критерии Ван-дер-Вардена и Манна-Уитни, определить достоверность влияния токсических свойств винилпропионата на среднее время гибели мышей. Сравнить результаты.

Опытная	**22**	**35**	**39**	**41**	**43**	**45**	**46**	**48**	**48**	**69**
Контрольная	13	14	17	22	26	27	30	32	40	55

19 На двух группах лабораторных мышей-опытной (n_1=9) и контрольной (n_2=11) изучали влияние на массу нового препарата. После месячных испытаний масса тела животных, выраженная в граммах, варьировала следующим образом:

Опыт	**80**	**76**	**75**	**64**	**70**	**68**	**72**	**79**	**83**		
Контроль	70	78	60	80	62	68	73	60	71	66	69

Применяя критерии Ван-дер-Вардена и Манна-Уитни оценить эффективность воздействия нового препарата на организм мышей.

20 Получены данные о весе разнополых тушканчиков (X-самцы, Y-самки).

X	**186**	**190**	**165**	**182**	**182**	**180**	**173**	**157**	**179**	**164**	**146**	**173**	**144**	**156**	**156**
Y	162	163	190	188	147	145	157	162	186	175	147	145	145	155	174

Применяя критерии Ван-дер_Вардена и Манна-Уитни определить, отличаются ли самцы от самок по весу. Сравнить результаты.

21 Дан вариационный ряд распределения початков кукурузы по длине (в мм) и теоретически вычисленный ряд в соответствии с нормальным распределением. Применяя критерий **хи**-квадрат, определить, подчиняется ли длина початков кукурузы нормальному закону.

Длина	100	110	120	130	140	150	160	170
Фактические частоты	17	39	44	60	42	34	29	18
Теоретические частоты	15	29	45	55	54	43	27	14

22 Изучалась поражаемость клеток при облучении ткани животного организма альфа – частицами. Проведено 517 испытаний. Теоретические значения частот вычислены по закону Пуассона. Результаты распределились следующим образом:

Число пораженных клеток	0	1	2	3	4	5	6	7
Частота поражений	112	168	130	68	32	5	1	1
Теоретические частоты	115	173	130	65	24	7	2	1

Применяя критерий **ХИ**-квадрат, определить, подчиняется ли поражаемость клеток при облучении ткани животного организма альфа-частицами закону Пуассона.

23 Урожай фасоли, полученный на делянках крупных f1 и мелких f2 семян, распределяется следующим образом:

Масса	125	175	225	275	325	375	425	475	525
f1	1	5	17	45	70	51	10	1	0
f2	1	3	7	22	88	69	7	2	1

Применяя критерий **хи**-квадрат, определить, какой характер различий между частотами этих рядов - случайный или систематический.

24 В таблице приведены эмпирические и вычисленные по нормальному закону частоты распределения длины тела у 267 мужчин.

Эмпирические	**12**	**31**	**71**	**82**	**46**	**19**	**6**
Теоретические	11,6	34,3	67,8	77,6	51,2	51,2	19,5

Пользуясь критерием **ХИ**-квадрат, выяснить, случайны или достоверны различия между частотами.

25 Даны частоты значений сердечного индекса X (л/мин.м^2) по интервалам и ожидаемые частоты, посчитанные в предположении, что сердечный индекс является нормальной величиной. Используя критерий **хи**-квадрат, определить, является ли сердечный индекс нормальной случайной величиной.

Интервал	**Наблюдаемая Частота**	**Ожидаемая Частота**
0-0,5	1	7,83
0,5-1,0	9	7,38
1,0-1,5	23	11,2
1,5-2,0	17	14,67
2,0-2,5	13	16,80
2,5-3,0	12	16,46
3,0-3,5	10	14
3,5-4,0	9	10,42
4,0-4,5	9	6,61
4,5-5,0	3	3,81
5,0-5,5	3	3,81

26 В препарате через равные промежутки времени регистрируется число бактерий, попавших в поле зрения микроскопа. Получены следующие данные:

I	0	1	2	3	4	5	6	7
Наблюдаемые	112	168	130	68	32	5	1	1
Ожидаемые	115	173	130	65	24	7	2	2

Используя критерий ХИ^2-критерий проверить при уровне значимости 0,05,что число бактерий, попадающих в поле зрения микроскопа в любой момент регистрации, распределено по закону Пуассона.