

## **Ряды динамики.**

**Динамическим рядом** называется совокупность однородных статистических величин, показывающих изменение какого-либо явления на протяжении определенного промежутка времени.

Изучение изменения явлений во времени является одной из важнейших задач статистики. Решается эта задача при помощи составления и анализа так называемых рядов динамики или временных рядов.

Как и ряды регрессии, эмпирические ряды динамики несут на себе влияние не только основных, но и многочисленных второстепенных (случайных) факторов, затушевывающих ту главную тенденцию в изменчивости признаков, которая на языке статистики называется **трендом**.

**Тренд**- основная тенденция изменения уровней.

Анализ рядов динамики начинается с выявления формы тренда. Ряды динамики тех или иных изучаемых показателей могут отражать различные процессы изменения. Уровни любого ряда являются результатом взаимодействия самых различных причин, одни из которых могут действовать длительно, другие кратковременно, одни являются главными, определяющими тенденцию изменения, а другие – случайными, затушевывающими ее.

Поэтому, чтобы сделать правильные выводы о закономерностях развития того или иного показателя, надо суметь отделить главную тенденцию изменения от колебаний, вызванных влиянием случайных кратковременных причин.

Статистика дает возможность количественно охарактеризовать влияние, оказываемое этими двумя группами факторов, на изменения изучаемых явлений, т. е. определить, в какой мере эти изменения вызваны длительно действующими и в какой мере временно действующими факторами.

В целях выравнивания используются следующие методы:

- графический метод
- метод удлинения периодов
- метод скользящей средней
- метод наименьших квадратов

### **Графический метод.**

Строят график зависимости данной исследуемой величины от времени. Строят ломаную линию. Затем с помощью линейки вычерчивают прямую или с помощью лекала – кривую. Эта линия позволяет увидеть общую тенденцию развития динамического ряда. Графический метод является субъективным.

### **Метод удлинения периодов.**

В целях устранения резких отклонений в величинах динамических рядов в отдельные годы производится объединение или укрупнение периодов. Для объединённых периодов вычисляют средние хронологические величины, которые наносят на линейную диаграмму. Через них проводят линию, график которой даёт возможность по ординате получить теоретические ожидания величины- $y_t$ .

Метод удлинения периодов является попыткой улучшить графический метод выравнивания динамических рядов. Здесь сохраняется графическое определение  $y_t$ , но при проведении линии, описывающей тенденцию развития используют более объективный критерий-средние хронологические величины. Этот метод, так же, как и графический является субъективным.

### **Метод скользящей средней.**

При этом методе тенденция развития представлена последовательной серией сплетающихся средних. Эти средние представляют собой теоретически ожидаемые величины- $Y_t$  и вычисляются следующим образом.

Если приняты трехлетние периоды для осреднения, то первая средняя получается путем осреднения фактических чисел первого, второго и третьего годов. Полученная величина будет относиться ко второму году:

$$Y_{T_2} = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} \quad Y_{T_3} = \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4}{3} \quad \text{и т.д.}$$

При методе скользящей средней теряется часть сведений, так же как и при методе удлинения периодов. При трехлетнем укрупнении теряются сведения за 2 года –первый и последний.

### **Метод наименьших квадратов.**

Более совершенным способом обработки динамических рядов с целью установления тенденции развития является выравнивание по налитическим формулам. При этом способе на основе фактических данных ряда подбирается наиболее подходящая для отражения тенденции развития явления математическая формула (аппроксимирующая функция), по которой рассчитывают выровненные значения.

Этот метод преследует ту же цель, что и описанные выше методы-устранение влияния временно действующих причин и выявить тенденцию развития, вызванную только действием длительно действующих факторов. Тенденцию развития лучше всего можно выразить линией, наиболее близкой к фактическим данным, это достигается методом наименьших квадратов.

Суть метода в том, что:  $\sum(y - y_i)^2 = \min$

Для получения параметров **a** и **b** составляют систему уравнений:

$$\sum y_i = a \sum t + b n$$

$$\Sigma y_i t = a \Sigma t^2 + b \Sigma t$$

Эту систему легко упростить, если временные точки- t условно обозначить так, чтобы их сумма была равна нулю. Для этого отсчёт временных точек ведётся от середины ряда. Средняя точка берётся за нуль. Предшествующие периоду обозначаются -1. -2. -3., а последующие за средним периодом соответственно через +1. +2. +3 и т. д. Следовательно,  $\Sigma t = 0$ . Тогда эта система уравнений примет вид:  $\Sigma y_i = bn$        $\Sigma y_i t = a \Sigma t^2$

$$b = \frac{\Sigma y_i}{n} \quad a = \frac{\Sigma y_i \cdot t}{\Sigma t^2}$$

Затем находят уравнение линейной регрессии:  $Y = at + b$

**Задача:** Даны значения детской рождаемости по годам.

Год	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Y	41	35	32	32	31	29	27	26	26

Выявить тенденцию развития данного ряда, используя:

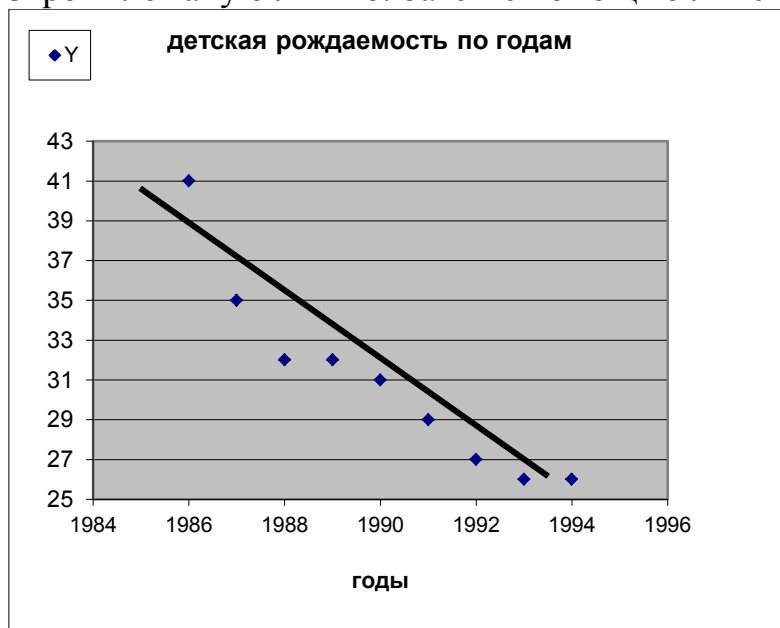
1. Графический метод
2. Метод удлинения периодов
3. Метод скользящей средней
4. Метод наименьших квадратов

Сделать вывод о тенденции развития динамического ряда. Дать заключение о наиболее эффективном методе выравнивания данного динамического ряда.

**Решение:**

### 1. Графический метод.

Строят график зависимости данной исследуемой величины от времени. Строят ломаную линию. Затем с помощью линейки вычерчивают прямую.

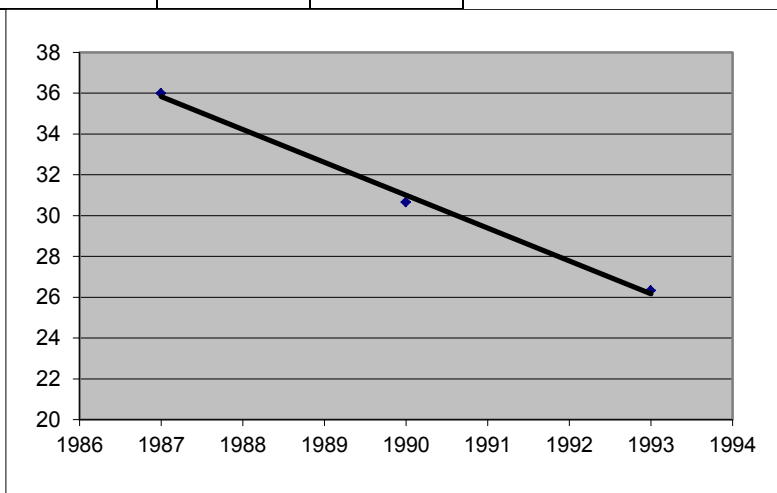


### Метод удлинения периодов.

Объединяют данные задачи по три года и для объединённых периодов вычисляют средние хронологические величины ( $Y'$ ), которые наносят на

линейную диаграмму. Через них проводят линию, график которой даёт возможность теоретические ожидаемые величины- $Y_T$ .

Год	Y	Y'
1986	41	
1987	35	36
1988	32	
1989	32	
1990	31	31
1991	29	
1992	27	
1993	26	26
1994	26	



Этот метод, так же, как и графический является субъективным.

### Метод скользящей средней.

При этом методе тенденция развития представлена последовательной серией сплетающихся средних. Эти средние представляют собой теоретически ожидаемые величины- $Y_T$  и вычисляются следующим образом.

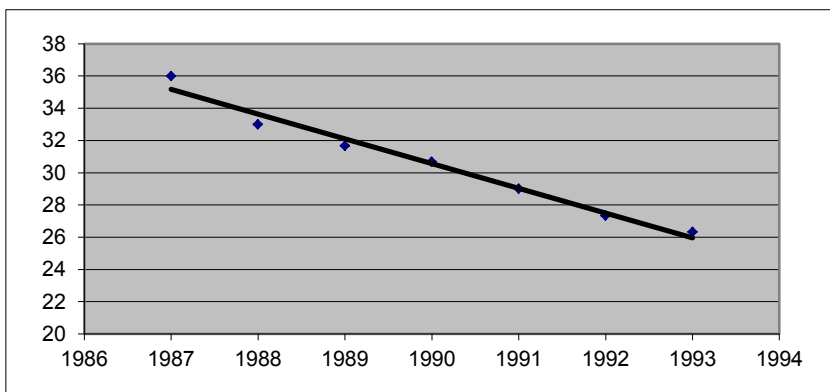
Если приняты трехлетние периоды для осреднения, то первая средняя получается путем осреднения фактических чисел первого, второго и третьего годов. Полученная величина будет относиться ко второму году:

$$Y_{T_2} = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} \quad Y_{T_3} = \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4}{3} \quad \text{и т.д.}$$

год	Y	Y''
1986	41	-
1987	35	36
1988	32	33
1989	32	32
1990	31	31
1991	29	29
1992	27	27
1993	26	26

1994	26	-
------	----	---

Данные наносят на график и проводят линию.



### Метод наименьших квадратов.

Выравнивание ряда показателей детской рождаемости.

Год	Y	T <sub>i</sub>	Y <sub>i</sub> t <sub>i</sub>	t <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Y <sup>1</sup>
1986	41	-4	-164	16	37.8
1987	35	-3	-105	9	36.1
1988	32	-2	-64	4	34.4
1989	32	-1	-32	1	32.7
1990	31	0	0	0	31.0
1991	29	1	29	1	29.3
1992	27	2	54	4	27.6
1993	26	3	78	9	25.9
1994	26	4	104	16	24.2
<b>N=9</b>	<b>Σy<sub>i</sub>=279</b>	<b>Σt<sub>i</sub>=0</b>	<b>Σy<sub>i</sub> t<sub>i</sub> =-100</b>	<b>Σ t<sub>i</sub><sup>2</sup>=60</b>	

### План решения методом наименьших квадратов:

1. Отсчёт времени берут от середины динамического ряда и находят общую сумму (Σt<sub>i</sub>), она равна нулю.
2. Находят произведение показателей детской рождаемости на соответствующее значение времени (y<sub>i</sub> t<sub>i</sub>), далее суммируют полученные результаты (Σy<sub>i</sub> t<sub>i</sub>).

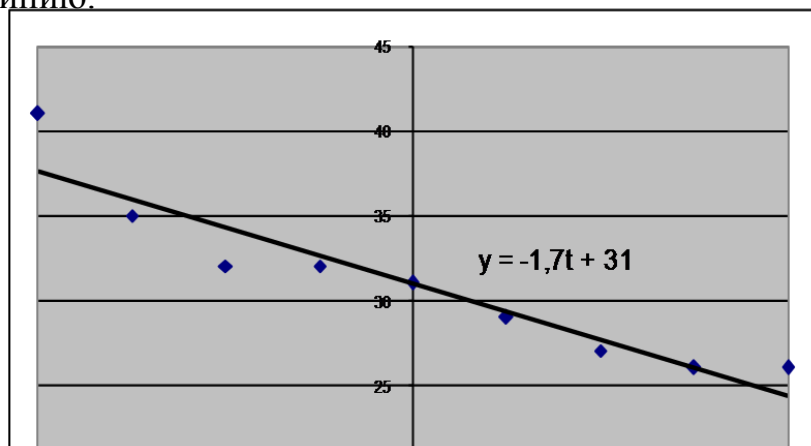
3. По формулам находят коэффициенты :  $b = \frac{\sum y_i}{n}$        $a = \frac{\sum y_i \cdot t}{\sum t^2}$

$b=279:9=31$        $a=(-100):60=-1.7$

4. Получают уравнение регрессии: **Y=-1.7t+31**

5. строят график:

Берут значение X<sub>1</sub>=-4 Y<sub>1</sub>=37.8 и X<sub>2</sub>=0 Y<sub>2</sub>=31, по этим точкам строят линию.



**Вывод:** Данный метод является наиболее точным, так как уравнение линии найдено методом наименьших квадратов, т. е. теоретически рассчитано.